

# ĐÁNH GIÁ THỰC TRẠNG CÁC SAI LẦM THƯỜNG MẮC TRONG HOẠT ĐỘNG GIẢI BÀI TẬP TOÁN CỦA HỌC SINH TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU THỂ DỤC THỂ THAO OLYMPIC

Tạ Hữu Hiếu\*  
Nguyễn Thị Thu Hà\*\*; Nguyễn Văn Hưng\*\*  
Đàm Danh Phương\*\*; Phan Thị Thu Hương\*\*\*

## Tóm tắt:

Dựa trên các phương pháp nghiên cứu thường quy trong lĩnh vực Thể dục thể thao (TDTT), bài báo công bố kết quả đánh giá thực trạng các sai lầm thường mắc trong hoạt động giải bài tập Toán của học sinh (HS) Trường Phổ thông Năng khiếu (PTNK) TDTT Olympic, 4 nguyên nhân chính dẫn đến các sai lầm của HS làm cơ sở đề xuất cách khắc phục.

**Từ khóa:** Sai lầm thường mắc, bài tập Toán, HS, Trường Phổ thông năng khiếu TDTT Olympic.

## Assessing the situation of common mistakes in solving math problems of Olympic sports gifted high school students

**Summary:** Basing on regular research methods in the field of physical training and sports, the article has assessed the current situation of common mistakes in solving math problems of students at Olympic sports gifted high school. The article has identified 4 main reasons leading to students' mistakes. It is a basis for proposing solutions.

**Keywords:** Common mistakes, Math exercises, students, Olympic Sports Gifted High School.

## ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong các môn khoa học và kỹ thuật, Toán học luôn giữ vị trí nổi bật. Đây là môn học trí tuệ, giúp học sinh rèn luyện phương pháp tư duy logic, kỹ năng, kỹ xảo, phát triển trí thông minh sáng tạo.

Trong hoạt động Toán học, hệ thống bài tập chính là phương tiện rất có hiệu quả và không thể thay thế trong việc giúp HS nắm vững tri thức, phát triển tư duy, hình thành kỹ năng, kỹ xảo ứng dụng Toán học vào cuộc sống. Dạy học giải Toán mang trong mình chức năng giáo dục, giáo dục, phát triển và kiểm tra. Do đó, tổ chức có hiệu quả hoạt động giải Toán có vai trò quyết định đối với chất lượng dạy học môn Toán.

Qua khảo sát thực tiễn dạy học môn Toán cho thấy, nhiều HS thể hiện năng lực giải Toán còn hạn chế, còn phạm phải nhiều sai lầm về kiến thức, về phương pháp vận dụng. Một số giáo viên còn ít kinh nghiệm trong việc phát hiện, hạn chế sửa chữa các sai lầm trong hoạt động giải Toán cho HS. Do vậy việc đánh giá thực trạng, tìm ra nguyên nhân gây ra các sai lầm thường mắc của HS làm cơ sở đề xuất biện pháp khắc phục là cần thiết và cấp thiết.

## PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Trong quá trình nghiên cứu, chúng tôi sử dụng các phương pháp: Phương pháp phân tích và tổng hợp tài liệu; phương pháp phỏng vấn, tọa đàm; phương pháp quan sát sự phạm và phương pháp Toán học thống kê.

\*PGS.TS, Trường Đại học TDTT Bắc Ninh

\*\*ThS, \*\*\*CN, Trường Đại học TDTT Bắc Ninh

**KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU VÀ BÀN LUẬN**

**1. Thực trạng các sai lầm thường mắc trong hoạt động giải bài tập Toán của học sinh Trường PTNK TDTT Olympic**

**1.1. Kết quả phỏng vấn xác định các sai lầm thường mắc trong hoạt động giải bài tập Toán của học sinh Trường PTNK TDTT Olympic**

**Bảng 1. Kết quả phỏng vấn giáo viên xác định các sai lầm thường mắc trong hoạt động giải bài tập Toán của học sinh phổ thông (n = 25)**

TT	Các sai lầm thường mắc	m <sub>i</sub>	Tỷ lệ %
1	Sai lầm trong diễn đạt, sử dụng ngôn từ	16	64.00
2	Không hiểu các khái niệm, định nghĩa	10	40.00
3	Tính toán nhầm lẫn	19	76.00
4	Xét thiếu trường hợp	18	72.00
5	Suy diễn thiếu logic	16	64.00
6	Hiểu sai đề Toán	11	44.00
7	Quên các điều kiện của công thức	15	60.00
8	Nhớ sai công thức, tính chất, quy tắc	13	52.00

Kết quả bảng 1 cho thấy HS phổ thông thường mắc phải một số sai lầm trong hoạt động giải bài tập toán; Có 19 giáo viên cho rằng HS thường tính toán nhầm lẫn, chiếm tỷ lệ 76%; 18 giáo viên cho rằng HS xét thiếu trường hợp, chiếm tỷ lệ 72%, ...

**1.2. Các sai lầm thường mắc trong quá trình giải bài tập Toán**

Để tìm hiểu về các sai lầm thường mắc trong quá trình giải bài tập Toán, chúng tôi tiến hành khảo sát thực trạng của 182 bài kiểm tra của HS. Kết quả được trình bày tại bảng 2.

Nhằm đánh giá sai lầm thường mắc của HS trong hoạt động giải bài tập Toán, chúng tôi đã tiến hành phỏng vấn giáo viên dạy Toán của một số Trường THPT trong thị xã Từ Sơn. Kết quả phỏng vấn được trình bày tại bảng 1.

Kết quả bảng 2 cho thấy, các sai lầm thường mắc của HS thông qua khảo sát bài kiểm tra tương đồng với kết quả phỏng vấn của GV. Nhiều HS suy diễn thiếu logic, xét thiếu trường hợp và mắc phải sai lầm trong diễn đạt, sử dụng ngôn từ,... Thông qua bài kiểm tra chương Thống kê (lớp 10) và Tổ hợp – Xác suất (lớp 11) cho thấy HS mắc phải một số sai lầm cụ thể sau:

Thứ nhất, sai lầm trong diễn đạt, sử dụng ngôn từ: Rất nhiều các khái niệm, ký hiệu Toán học được mọi người thừa nhận và đã sử dụng thống nhất trên toàn thế giới. Tuy nhiên do quan

**Bảng 2. Thực trạng các sai lầm thường mắc của HS thông qua khảo sát bài kiểm tra học sinh (n = 182)**

TT	Các sai lầm thường mắc	m <sub>i</sub>	Tỷ lệ %
1	Sai lầm trong diễn đạt, sử dụng ngôn từ	47	25.82
2	Không hiểu các khái niệm, định nghĩa	32	17.58
3	Tính toán nhầm lẫn	47	25.82
4	Xét thiếu trường hợp	46	25.27
5	Suy diễn thiếu logic	51	28.02
6	Hiểu sai đề Toán	36	19.78
7	Quên các điều kiện của công thức	32	17.58
8	Nhớ sai công thức, tính chất, quy tắc	30	16.48

niệm và thói quen mà một số nhà Toán học có thể sử dụng những ký hiệu và thuật ngữ khác nhau với cùng một khái niệm, hoặc sử dụng cùng một thuật ngữ hoặc cùng một ký hiệu với những khái niệm khác nhau. Chẳng hạn với cùng một khái niệm về tổ hợp chập k của n phần tử có thể ký hiệu là  $C_n^k$  hoặc  $\binom{n}{k}$ , hay khái niệm kỳ vọng được ký hiệu là EX hoặc M(X), ký hiệu phương sai là DX hay Var (X),...

Ví dụ 1: Hai đấu thủ A và B thi đấu cờ. Xác suất thắng của A là 0,4 trong mỗi ván chơi (không có hoà). Nếu thắng A sẽ được một điểm, nếu thua sẽ không có điểm nào. Trận đấu sẽ kết thúc khi hoặc A giành được 3 điểm trước (khi đó A là người thắng) hoặc B giành được 5 điểm trước (khi đó B là người thắng). Tính xác suất thắng của A.

- Với HS, thường hiểu và phân tích sai tình huống thắng của A và đồng thời không thực hiện theo công thức Becnuly dẫn tới kết quả sai.

- Lời giải đúng phải phân tích các tình huống thắng của A như sau:

A1: “A thắng trong 3 ván đầu” khi đó  $P(A1) = (0,4)^3 = 0,064$ .

A2; “ 3 ván đầu A thắng 2, ván thứ 4 A thắng”,  $P(A2) = C_3^2(0,4)^2(0,6)(0,4) = 0,1152$ .

A3: “4 ván đầu A thắng 2, ván thứ 5 A thắng”,  $P(A3) = C_4^2(0,4)^2(0,6)^2(0,4) = 0,13824A4$ :

A4: “5 ván đầu A thắng 2, ván thứ 6 A thắng”,  $P(A4) = C_5^2(0,4)^2(0,6)^3(0,4) = 0,13824$

A5: “6 ván đầu A thắng 2, ván thứ 7 A thắng”,  $P(A5) = C_6^2(0,4)^2(0,6)^4(0,4) = 0,124416$

Vậy xác suất thắng của A là:  $P = \sum_{i=1}^5 P(A_i) = 0,58$ .

Thứ hai, sai lầm do không nắm vững các điều kiện của công thức.

Ví dụ 2: Giải phương trình  $C_1^1 + 6C_1^2 + 6C_1^3 = 9x^2 - 14x$

Một số HS có lời giải như sau: phương trình tương đương với  $x(x^2 - 9x + 14) = 0$ . Suy ra  $x = 0$ ;  $x = 2$ ;  $x = 7$ .

Sai lầm ở trên là HS chưa đặt điều kiện, tức phải loại đi hai nghiệm  $x=0$ ;  $x=2$ . Phương trình chỉ có nghiệm duy nhất  $x = 7$  mà thôi.

Thứ ba, sai lầm trong việc lựa chọn các khái niệm, quy tắc

Trong toán tổ hợp, xác suất, HS thường lúng túng trong việc áp dụng quy tắc cộng, quy tắc nhân hoặc không biết khi nào thì áp dụng tổ hợp hay chỉnh hợp.

Ví dụ 3: Có 16 đội bóng tham gia thi đấu. Biết rằng cơ hội dành các loại huy chương vàng, bạc, đồng của các đội là như nhau và mỗi đội chỉ có thể dành được nhiều nhất một loại huy chương. Tính số cách trao huy chương cho các đội?.

Có nhiều HS đã giải như sau: Theo yêu cầu bài toán có 16 cách trao huy chương vàng cho mỗi đội, 15 cách trao huy chương bạc và 14 cách trao huy chương đồng cho các đội còn lại, do đó theo quy tắc cộng sẽ có  $14+15+16 = 35$  cách trao huy chương thỏa mãn yêu cầu. Thực tế ở đây ta phải thực hiện theo quy tắc nhân, tức sẽ có  $14.15.16=3360$  cách trao huy chương cho các đội.

Ví dụ 4: Có 6 GV được phân công chấm thi. Hỏi có bao nhiêu cách phân công 2 GV thành một cặp chấm. Có một số HS đã sử dụng công thức tính chỉnh hợp  $A_6^2 = 30$  cách. Thực tế, phải sử dụng công thức tính tổ hợp, tức sẽ có  $C_6^2 = 15$  cách.

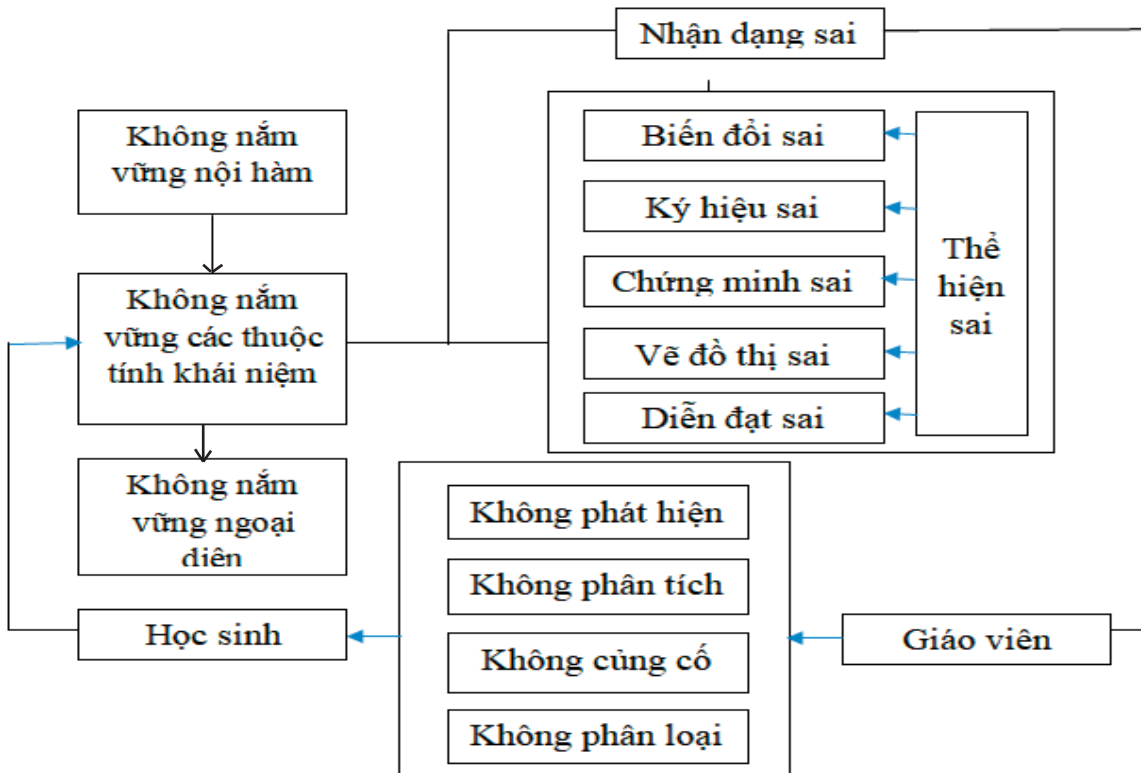
## 2. Nguyên nhân dẫn đến sai lầm trong hoạt động giải các bài tập Toán của học sinh Trường PTNK TDTT Olympic

### *Thứ nhất, HS hiểu không đầy đủ và chính xác các thuộc tính của khái niệm Toán học*

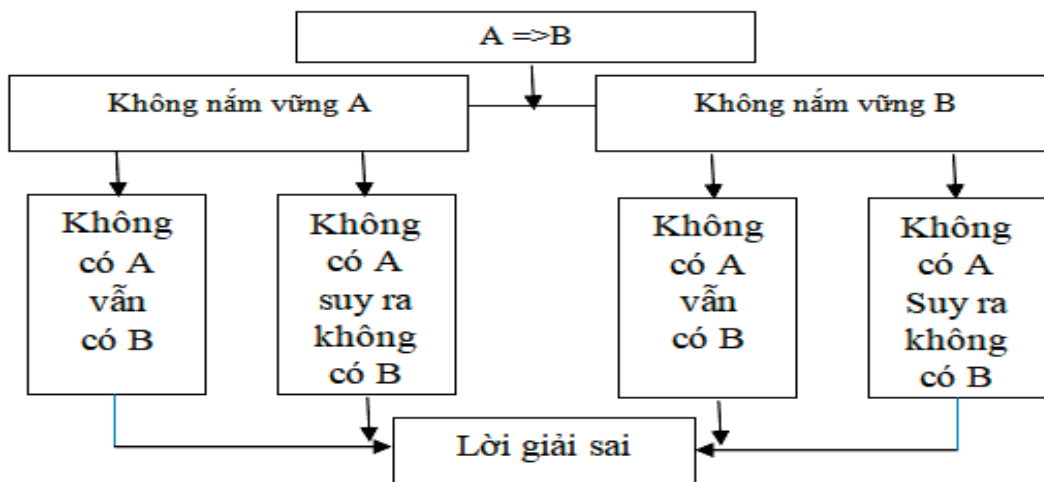
Khái niệm là một trong các sản phẩm của tư duy Toán học. Mỗi khái niệm đều có nội hàm và ngoại diên, tập hợp các dấu hiệu đặc trưng cho bản chất của các đối tượng được phản ánh trong khái niệm chính là nội hàm của khái niệm. Tập hợp các đối tượng mà khái niệm phản ánh là ngoại diên của khái niệm.. Việc không nắm vững nội hàm và ngoại diên của khái niệm sẽ dẫn HS tới sự thấu hiểu không trọn vẹn, thậm chí sai lệch bản chất của khái niệm. Từ đó các sai lầm khi giải Toán sẽ xuất hiện. Mặt khác nhiều khái niệm trong Toán học là mở rộng hoặc thu hẹp của nhiều khái niệm trước đó. Việc HS không nắm vững khái niệm này sẽ dẫn tới việc không hiểu và không thể có biểu tượng về các khái niệm khác; Đây là nguyên nhân chính dẫn đến việc mắc sai lầm trong diễn đạt, sử dụng ngôn từ, hiểu sai các khái niệm, định nghĩa và suy diễn thiếu logic trong quá trình giải bài tập Toán.

### *Thứ hai, HS không nắm vững cấu trúc logic của định lý*

- Định lý chính là một mệnh đề đã được



Sơ đồ 1. Các sai lầm của HS trong hoạt động giải các bài tập Toán



Sơ đồ 2. Cấu trúc logic của định lý toán học

khẳng định là đúng. Cấu trúc thông thường có dạng  $A \Rightarrow B$ . Trong cấu trúc trên thì A là điều kiện đủ để có B, vì coi thường giả thiết A nên nhiều HS mắc phải sai lầm khi giải Toán. Không chỉ xét thiếu trường hợp mà còn hiểu sai đề toán cũng như quên các điều kiện của công thức khi tiến hành giải Toán.

**Thứ ba, HS thiếu kiến thức cần thiết về logic**

- Suy luận là một hoạt động trí tuệ đặc biệt của phán đoán, một trong các hình thức của tư

duy. Hoạt động suy luận khi giải Toán dựa trên cơ sở logic học. HS thiếu kiến thức cần thiết về logic sẽ mắc sai lầm trong suy luận và từ đó sẽ dẫn đến sai lầm khi giải Toán.

- Trước hết, nhiều HS chưa nắm vững các phép Toán đại số của mệnh đề: Phủ định, kéo theo, hội, tương đương (ví dụ biểu đồ ven) dẫn đến việc vận dụng sai công thức, tính chất, quy tắc; Sai lầm khi diễn đạt, sử dụng ngôn từ,...

- Việc không có ý thức về phép tuyển và phép

hội gây khó khăn cho HS ngay cả việc lĩnh hội các kiến thức về khái niệm, định lý,... dẫn tới việc hiểu sai khái niệm, định nghĩa,...

- Bên cạnh đó không nắm vững mối quan hệ giữa phép phủ định và các lượng từ tồn tại cũng có thể dẫn HS tới việc phát biểu sai các mệnh đề, nhận dạng sai các khái niệm và dẫn tới phép chứng minh sai,...

- Ngoài ra, phép kếp theo của logic là phép Toán rất quan trọng trong việc phát biểu các định lý, khái niệm và trong lập luận của lời giải, có thể coi phép kéo theo là “nguyên nhân của nguyên nhân” dẫn đến các sai lầm. Nhiều HS không hiểu đâu là điều kiện cần, đâu là điều kiện đủ. Việc sử dụng các từ “nếu”, “thì”; “vì”, “do đó”; “mà”, “nên”, “bởi vậy”, “khi và chỉ khi”, “nếu và chỉ nếu”,... chưa được sử dụng đúng. Đây là nguyên nhân dẫn tới việc sai lầm trong diễn đạt, sử dụng ngôn từ; xét thiếu trường hợp, suy diễn thiếu logic và hiểu sai đề toán.

- Hiện tượng trong bài giải của HS đôi khi tràn ngập các loại ký hiệu một cách tùy tiện không phải là đáng mừng cho việc logic hóa bài giải. Nhiều trường hợp HS viết  $A \Rightarrow B$  nhưng A không phải là điều kiện đủ của B. Thậm chí khi tìm điều kiện cần và đủ, HS vẫn sử dụng một từ “đề” rất phi logic: “đề phương trình... có nghiệm khi và chỉ khi...” hoàn toàn không cần thiết. Một “sáng kiến” cho việc không dùng các phép kéo theo hoặc tương đương khi biến đổi các mệnh đề là HS cứ viết xong mỗi mệnh đề lại xuống dòng mà giữa hai mệnh đề không hề có ký hiệu logic nào cả.

**Thứ tư, HS không nắm vững phương pháp giải các dạng Toán cơ bản**

- HS không nắm vững phương pháp giải các dạng Toán cơ bản cũng dẫn tới sai lầm trong lời giải (lựa chọn sai công thức, gặp khó khăn trong việc lựa chọn phương pháp giải).

- Không nắm vững phương pháp giải, HS không nghĩ được đủ các khả năng cần xét sẽ dẫn tới đặt điều kiện sai (có thể thấy ở nhiều bài tập chương 3, lý thuyết xác suất).

- Không nắm vững phương pháp giải, HS sẽ biện luận không đủ các trường hợp xảy ra của bài Toán (khi so sánh 3 tỷ lệ của 3 lớp A, B, C nhiều HS chỉ so sánh A với B, B với C mà quên

mất trường hợp A với C).

- Không nắm vững phương pháp giải, HS sẽ áp dụng không đúng phạm vi và dẫn tới bế tắc không đi tới lời giải (không tổng quát hóa bài Toán).

- Không nắm vững phương pháp giải, HS có thể bỏ qua những bước quan trọng và đi ngay tới kết luận.

- Không nắm vững phương pháp giải, HS sẽ không thể chọn ra được phương pháp giải tối ưu cho một bài cụ thể.

Như vậy, việc không nắm vững phương pháp giải dẫn đến việc HS tính toán nhầm lẫn, xét thiếu trường hợp, suy diễn thiếu logic, vận dụng sai công thức, tính chất và quy tắc vận dụng,...

### KẾT LUẬN

Kết quả nghiên cứu cho thấy HS trường PTNK TDTT Olympic còn mắc phải nhiều sai lầm khi giải Toán, những sai lầm này có thể đến từ nhiều nguyên nhân khác nhau xuất phát từ kiến thức và kỹ năng giải Toán. Đây cũng là những căn cứ quan trọng để lựa chọn các biện pháp hiệu quả nhằm phân tích, sửa chữa và hạn chế các sai lầm khi giải Toán cho HS.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Mạnh Cường, Vũ Dương Thụy (1986), *Nghiên cứu hệ thống bài tập về PPDH Toán*, Tạp chí NCGD, tr. 9 - 11
2. Hoàng Chúng (1997), *Phương pháp dạy học Toán học ở trường phổ thông cơ sở*, Nxb Giáo dục, Hà Nội.
3. Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy (2001), *Phương pháp dạy học môn Toán*, Nxb Giáo dục, Hà Nội.
4. Kơ-ru-tec-x-ki V. A. (bản dịch 1973), *Tâm lý năng lực Toán học của học sinh*, Nxb Giáo dục, Hà Nội.
5. Lê Thống Nhất (1996), “Rèn luyện năng lực giải Toán cho học sinh PTTH thông qua sửa chữa sai lầm”, *Luận án phó tiến sĩ khoa học giáo dục*, Viện Khoa học Giáo dục, Hà Nội.
6. Pôlya G. (dịch: Hà Sĩ Hồ, Hoàng Chúng, Lê Đình Phi), *Toán học và những suy luận có lý*, Tập 1 (1975), tập 2, tập 3 (1976), Nxb Giáo dục, Hà Nội.